Theorie der Clairautschen Differentialgleichungen.

Eine reelle Funktion $g = g(t)$ sei für $t \in [a, b]$ zweimal stetig differenzierbar mit $g''(t) \neq 0$. Durch $y = xt + g(t), t \in [a, b]$ wird eine Schar von Geraden im $\mathbb{R}^2$ gegeben.

a) Zeigen Sie: Es gibt eine ebene Kurve, deren Tangenten Geraden aus dieser Schar sind; man nennt die Kurve deshalb auch Einhüllende der Geradenschar.

b) Die Differentialgleichung $y = xy' + g(y')$ heißt eine Clairautsche Differentialgleichung.

   Zeigen Sie: Die Geradenschar und die Kurve von a) sind Lösungen dieser Differentialgleichung.